PLAN NACIONAL
DEL LIBRO Y LA LECTURA
José de la Cuadra

La escuela, la familia y la comunidad
YO LEO
Programa para el fomento de la lectura

¡LEER ENCIENDE TU IMAGINACIÓN!

Bachillerato General Unificado
Segundo curso
Matemática

MINISTERIO DE EDUCACIÓN • MINISTERIO DE CULTURA Y PATRIMONIO

PLAN NACIONAL
DEL LIBRO Y LA LECTURA
José de la Cuadra

La escuela, la familia y la comunidad
YO LEO
Programa para el fomento de la lectura

¡LEER ENCIENDE TU IMAGINACIÓN!

Bachillerato General Unificado
Segundo curso
Matemática

MINISTERIO DE EDUCACIÓN • MINISTERIO DE CULTURA Y PATRIMONIO

El ladrón de naranjas

Anónimo

Un ladrón un cesto de naranjas
del mercado robó
y por entre los huertos escapó;
al saltar una valla,
la mitad más media perdió;
perseguido por un perro,
la mitad menos media abandonó;
tropezó en una cuerda,
la mitad más media desparramó;
en su guarida, dos docenas guardó.
Vosotros,
los que buscáis la sabiduría,
decidnos:
¿cuántas naranjas robó el ladrón?

Tomado de https://bit.ly/2KitI3J (31/10/2018)

Fractales

José García Velázquez

No dejan de sorprenderte,
si miras con inocencia,
los secretos de la mente
y de la naturaleza...

Como en un caleidoscopio
de figuras naturales,
destacan con brillo propio
las formas de los fractales:

si los descubres podrás
ir de sorpresa en sorpresa
y admirado quedarás
al descubrir su belleza.

¡Disfruta la variedad
y la serena armonía
en el mundo del fractal,
mundo de la simetría!

Tomado de https://bit.ly/2I6qPRz (01/03/2018)

José García Velásquez. Divulgador de la matemática en obras literarias.

Más veloz que un tren

Aline Guevara

En este instante viajo en metro, por la calzada de Tlalpan. Voy sentada y veo por la ventana que un coche va a la par de mi vagón. En relación con el metro, ni el coche ni yo nos movemos, pues los trenes nos desplazamos a la misma velocidad; en otras palabras, con respecto al metro, el auto y yo llevamos velocidad cero.

Si me levanto y camino hacia una de las salidas, con respecto al vagón y al coche iré apenas a un kilómetro por hora, aproximadamente… Si ustedes estuvieran parados en una vereda y desde ahí me vieran, aunque yo vaya sentada en el vagón del metro, para ustedes yo habría pasado como un bólido. Con respecto a ustedes, mi velocidad sería de unos 90 km/h, la misma del coche que va a la par del tren. Pero si me levanto y camino a 1 km/h, en la misma dirección en la que avanza el metro, mi velocidad con relación a ustedes sería de 91 km/h. Iría, en cierto sentido, más rápido que el tren.

Lo anterior nos sirve para afirmar lo siguiente: solo podemos decir que algo se mueve y a qué velocidad con respecto a un punto de vista. Y los puntos de vista funcionan, en este caso, como sistemas de referencia a partir de los cuales se puede medir el movimiento. El vagón del metro es un sistema de referencia que el coche y yo compartimos; la vereda desde la que ustedes me hubieran visto pasar es otro sistema de referencia.

Pero todavía queda otro modo de ver esta situación. Ustedes, que observan desde la vereda, pueden afirmar que me han visto pasar a 90 km/h porque decidieron que su sistema de referencia es su propio estado de reposo. Pero, ¿qué tal si yo decido que el metro, el coche y yo somos lo fijo, y ustedes los que pasan rápidamente? Con respecto a mi sistema de referencia eso es posible, y si el metro tuviera un movimiento inercial, no habría manera de confirmar quién se desplaza: si ustedes, que me ven desde la banqueta, o yo, que voy en el metro. La decisión sobre cuál sistema de referencia se encuentra en reposo y cuál en movimiento es arbitraria y, generalmente, se toma por conveniencia.

Por ejemplo, cuando los astrónomos estudian el Sistema Solar, les conviene considerar que el Sol se encuentra en reposo y los planetas en movimiento. En cambio, el Sol puede ser el que está en movimiento si lo que quieren estudiar es la Vía Láctea. Para los fines prácticos, casi todos hemos decidido que la Tierra está fija (aunque sepamos que está en movimiento). Es posible escoger un sistema de referencia en lugar de otro sin enfrentar consecuencias, gracias a que las leyes de la física funcionan igual en todos los casos. Lo que se cumple en un sistema, se cumple en el otro. Einstein dijo esto más o menos así: las leyes de la física deben ser las mismas para todos los observadores que se muevan en sistemas de referencia inerciales.

En suma, nosotros podemos afirmar que no hay un sistema de referencia privilegiado… Hacer una cita con alguien, o indicar en qué momento pasó algo, implica siempre la idea de simultaneidad.

Tomado de Guevara Villegas, A. (2005). *Un viaje especial. Mexico*: Ediciones Castillo.

Aline Guevara Villegas (1974). Científica mexicana especialista en comunicación visual de la ciencia. Escribe textos y artículos, participa en programas de radio, y en el desarrollo de acciones para llevar el saber científico y tecnológico a grandes sectores de la población.

Trigonometría

Adonai Jaramillo Garrido

Egipcios y babilonios me iniciaron
Los Griegos me comenzaron a elaborar
Hiparlo de Nicea entre quienes estudiaron
Lo que hoy podemos mostrar.

De mí surgió el Almagesto
Ptolomeo así lo concibió
Con la astronomía se trabajó esto
En la India también se escribió.

Con los triángulos me relacionan
Con Pitágoras realizo acción
A los triángulos solucionan
Las trigonométricas como función.

A una seno y a otra tangente
En el triángulo rectángulo me definen
En el mundo sirve a mucha gente
Situaciones diferentes me asignen

Tengo ecuaciones e identidades
Ojalá busques mis diferencias
Aunque ambas somos igualdades
Al cerebro damos experiencias.

Mi origen estuvo en la astronomía
Así lo confirman datos históricos
Me llamaron trigonometría
Gracias le damos a los retóricos

Tomado de https://bit.ly/2UprhB5 (09/03/2019)

El hombre que calculaba (fragmento)

Malba Tahan

—Quiero ahora —prosiguió, volviéndose a Beremís— que nuestro calculista nos diga cuántos camellos hay en el patio, delante de nosotros.

Esperé aprensivo el resultado. Los camellos eran muchos y se confundían en medio de la agitación en que se hallaban. Si mi amigo, en un descuido, errase el cálculo, terminaría nuestra visita, en consecuencia, con el más grande de los fracasos.
Después de dar un vistazo a todos los camellos, el inteligente Beremís dijo:

—Señor visir, creo que se encuentran, ahora en el patio, 257 camellos.
—Es verdad —confirmó el visir, ha acertado. El total es ese, precisamente: 257.
—¿Cómo llegó al resultado con tanta rapidez y precisión? —preguntó con grandísima curiosidad el poeta Iezid.
—Muy simplemente —explicó Beremís—. Contar los camellos uno por uno, sería, a mi modo de ver, tarea sin importancia, una bagatela. Para hacer más interesante el problema, procedí de la siguiente manera: conté primero todas las patas y después todas las orejas, hallando de ese modo un total de 1.541. A ese resultado sumé una unidad y dividí por 6. Hecha esa división, hallé como cociente exacto, 257.

—¡Por el nombre del profeta! —exclamó el visir—. Todo esto es originalísimo, admirable. ¡Quién iba a imaginar que este calculista, para hacer más interesante el problema, fuese capaz de contar todas las patas y orejas de 257 camellos! ¡Por la gloria de Mahoma!
—Debo decir, señor ministro —retrucó Beremís—, que los cálculos se vuelven a veces complicados y difíciles como consecuencia de un descuido o de la falta de habilidad del propio calculista. Cierta vez en Khói, en Persia, cuando vigilaba el rebaño de mi amo, pasó por el cielo una bandada de mariposas. Me preguntó un pastor, si podía contarlas. "Son ochocientas cincuenta y seis" —respondí.
—¡Ochocientas cincuenta y seis! —respondió mi compañero, como si hubiese exagerado el total—. Fue entonces que noté que por descuido había contado, no las mariposas, sino sus alas. Después de dividir por 2, le dije el resultado verdadero.

Al oír el relato de ese caso, lanzó el visir estrepitosa carcajada, que sonó en mis oídos como si fuera una música deliciosa.

—Hay, sin embargo —insistió muy serio el poeta Iezid— una particularidad que escapa a mi raciocinio. Dividir por 6 es aceptable, ya que cada camello tiene 4 patas y 2 orejas, cuya suma (4+2) es igual a 621. No obstante, no comprendo por qué razón antes de dividir sumó una unidad al total.

—Nada más simple —respondió Beremís—. Al contar las orejas noté que uno de los camellos era defectuoso (sólo tenía una oreja). Para que la cuenta fuese exacta era, pues, necesario aumentar uno al total obtenido.

Y volviéndose hacia el visir, preguntó:

—¿Sería indiscreción o imprudencia de mi parte preguntaros, señor, ¿cuál es la edad de aquella que tiene la ventura de ser vuestra novia?

—De ningún modo —respondió sonriente el ministro—. Asir tiene 16 años.

Y añadió, subrayando las palabras con un ligero tono de desconfianza:

—Pero no veo relación alguna, señor calculista, entre la edad de mi novia y los camellos que voy a ofrecer como presente a mi futuro suegro.

—Deseo apenas —refutó Beremís— haceros una pequeña sugestión. Si retiraseis del conjunto, el camello defectuoso (sin oreja), el total sería 256. Ahora bien: 256 es el cuadrado de 16, o sea, 16 veces 16. El presente ofrecido al padre de la encantadora Asir tomará, de ese modo, alto significado matemático. El número de camellos que forman la dote será igual al cuadrado de la edad de la novia. Además, el número 256 es potencia exacta del número 2 (que para los antiguos era número simbólico), mientras que 257 es primo. Esas relaciones entre los números cuadrados son buen augurio para los enamorados. Cuéntase que el rey Salomón, para asegurar la base de su felicidad, dio a la reina de Saba —la famosa Balkis— una caja con 529 perlas.

Es precisamente 529 el cuadrado de 23, que era la edad de la reina. El número 526 presenta, no obstante, gran ventaja sobre el 529. Si sumamos los guarismos de 256 obtenemos 13, que elevado al cuadrado da 169; la suma de las cifras de ese número es 16, cuyo cuadrado nos reproduce precisamente, 256. Por ese motivo los calculistas llaman reversible al número 256. Existe, pues, entre los números 13 y 16 curiosa relación, que podría ser llamada "amistad cuadrática". Realmente, si los números hablasen podríamos oír la siguiente conversación: El dieciséis diría al trece:

"Quiero ofrecerte mi homenaje, amigo.

Mi cuadrado es 256, cuya suma de guarismos es 13."

Y el trece respondería:

"Agradezco tu bondad y quiero retribuirla en la misma forma. Mi cuadrado es 169, cuya suma de guarismos es 16."

El calculista agregó:

—Creo haber justificado plenamente la preferencia que debe ser otorgada al número 256, que excede en propiedades al 257.

—Su idea es bastante curiosa —acordó prontamente el visir— y voy a adoptarla, aunque caiga sobre mí la acusación de plagiario, del rey Salomón.

Y dirigiéndose al poeta Iezid, concluyó:

—Veo que la inteligencia de este calculista no es menos que su habilidad para descubrir analogías e inventar leyendas. Estuve muy acertado en el momento en que decidí ofrecerle ser mi secretario.

Tomado de Malba Tahan. (1945). *El hombre que calculaba*. Quito: Casa Editorial Medina.

Malba Tahan (1895-1974). Fue un profesor y escritor brasileño, conocido por sus libros sobre las ciencias matemáticas, en particular por *El hombre que calculaba*.

Un crononauta en Brooklyn

Roberto Montero

Paul Auster, en uno de los pasajes de su novela La noche del oráculo, nos propone la posibilidad de viajar en el tiempo. El asunto se le presenta a su protagonista cuando acepta el encargo de escribir un guion cinematográfico para adaptar la famosa novela de H. G. Wells, La máquina del tiempo; una historia de ciencia ficción donde un científico de finales del siglo XIX consigue desplazarse hasta el año 802.701.

El protagonista de la novela de Auster piensa que, si alguien tuviese capacidad para inventar una máquina que nos llevase al futuro, con esa misma lógica, la gente del futuro podría hacer lo mismo, inventando una máquina para desplazarse al pasado. En sus cavilaciones, llega a pensar que si la gente pudiera ir hacia delante y hacia atrás a través de los siglos, tanto el pasado como el futuro estarían llenos de personas fuera de su época.

Cada vez que leemos una novela donde el viaje en el tiempo es el tema central, como ocurre en el relato de H. G. Wells, nos preguntamos qué hay de cierto en todo ello. ¿Son ocurrencias de novelistas y de personas con un exceso de imaginación o realmente podemos viajar en el tiempo?

Vamos a intentar desvelarlo, porque después de que Einstein formulase su teoría de la relatividad especial, nuestra comprensión del espacio y del tiempo se verá modificada y, con ello, también los viajes a través del tiempo. Sin duda, la teoría de la relatividad formulada por Einstein nos va a dar la clave para hacer el viaje a través del tiempo, ya que dicho viaje está condicionado por la luz y por el espacio. Por tanto, para viajar al pasado hay que adelantar a un rayo de luz, y para viajar al futuro hay que perseguirlo.

Según esta teoría, el paso del tiempo no es inmutable ni absoluto, depende del movimiento. En pocas palabras, la teoría de la relatividad especial viene a decir que se puede viajar al futuro y, para ello, basta con salir de viaje y regresar después de un tiempo. Esto ha sido comprobado experimentalmente con un reloj atómico que, después de dar la vuelta al mundo en un avión, fue comparado con otro con el que anteriormente había sido sincronizado.

Einstein, para desarrollar la teoría de la relatividad especial, propuso el ejemplo de los dos gemelos. El primero de ellos se introduce en una nave espacial y hace un largo viaje a velocidades cercanas a la velocidad de la luz, mientras el otro gemelo se queda en la Tierra. A la vuelta, el gemelo que regresa del viaje es más joven que el gemelo que espera en la Tierra. En este caso, el tiempo del gemelo que viaja ha pasado de manera más lenta que el tiempo del gemelo terrestre por lo cual, este último, envejece más rápido.

Debido a esto, y con ayuda de la tecnología actual, podemos viajar a un futuro tan próximo que solo se encuentra a unas centésimas de segundo de nuestro presente, de tal manera que podemos conocer el resultado de un partido de fútbol poco antes de que termine, pero, con un margen tan pequeño de tiempo que no nos permite su acierto en la quiniela. Lo de viajar al pasado es más complejo y solo es posible con la mente, pero nunca con el cuerpo. De acuerdo con el segundo principio de la termodinámica, el envejecimiento es irreversible, aunque en el espacio existan senderos que conduzcan al pasado, “atajos espaciales” por los que podamos adelantar a un rayo de luz.

Tal y como apunta Paul Auster en su novela, si una persona pudiera viajar a través del tiempo, el tiempo dejaría de existir como entidad propia. Con tal asunto, Auster nos lleva hasta el lugar común del principio antrópico, el mismo principio que propone que si existiera un universo que permitiese desplazarse en el tiempo, estaríamos ante un universo donde la inteligencia no evolucionaría debido a que sería confuso, por no decir imposible, registrar los sucesos acontecidos o por acontecer.

"Una vez que la gente del futuro hiciera sentir su influencia en los hechos del pasado y la gente del pasado empezara a influir en los acontecimientos del futuro, la naturaleza del tiempo se modificaría", escribe Paul Auster en La noche del oráculo, llevándonos a los terrenos de la ficción científica hasta hacernos comprender que, con un futuro que supiese regresar al pasado y con un pasado que supiera alcanzar el futuro, el tiempo, tal y como lo conocemos, dejaría de existir.

Tomado de https://bit.ly/2I9c6Fr (13/03/2019)

Roberto Montero González (1965). Escritor español.

Oda al número cero

Enrique Morón

Redonda negación, la nada existe
encerrada en tu círculo profundo
y ruedas derrotado por el mundo
que te dio la verdad que no quisiste.

Como una luna llena es tu figura
grabada en el papel a tinta y sueño.
Dueño de ti te niegas a ser dueño
de toda la extensión de la blancura.

Tu corazón inmóvil y vacío
ha perdido la sangre que no tuvo.
Es inútil segar donde no hubo
más que un cuerpo en el cuerpo sin baldío.

Redonda negación, redonda esencia
que no ha podido ser ni ha pretendido.
Solo la nada sueña no haber sido
porque no ser es ser en tu existencia.

Tomado de https://bit.ly/2WWHXN3 (01/01/2018)

Enrique Morón (1942). Poeta y dramaturgo español. Catedrático universitario. Entre sus obras tenemos *Poemas*, *Romancero alpujarreño* y *El alma gris*.

Medir

Bernardo Recamán

Hombres y mujeres aprendieron a medir por la misma necesidad y curiosidad que tuvieron para aprender a contar, cuando finalmente dejaron su vida de nómadas, empezaron a construir viviendas y se dedicaron al pastoreo y la agricultura. Incluso mucho antes el hombre había necesitado arroparse con las pieles de los animales que cazaba. Todo ello requirió que aprendiera a medir, y en un principio lo hizo de una forma tan rudimentaria como había comenzado a contar, es decir, utilizando las partes de su cuerpo. Las grandes distancias las medía contando los días que ocupaba para cubrirlas, las distancias más cortas contando los pasos que daba, el tamaño de sus prendas y el de los materiales que usaba para construir sus viviendas los medía con las partes de su cuerpo.

Poco a poco el proceso de medir se volvió más sofisticado, además de que surgieron nuevos y variados fenómenos susceptibles de ser medidos, tales como la extensión o el área de un terreno; el espacio que ocupan los objetos sólidos, es decir, su volumen; el peso que tienen; el transcurso del tiempo; las temperaturas; la inclinación del sol. La medición de todos estos fenómenos necesitó nociones e instrumentos cada vez más complicados. Comenzó así el matrimonio largo y feliz de las matemáticas con la mecánica y la tecnología, el concurso de relojeros, astrónomos, mecánicos y matemáticos.

En parte, la geometría, y posteriormente la trigonometría, tuvo sus orígenes en las numerosas preguntas y problemas acerca de la medición que surgieron cuando los hombres examinaron a fondo el terreno y el espacio que los rodeaba, e indagaron sobre las diversas figuras, formas y sólidos que veían. ¿Cuál es el camino más corto ente dos puntos? ¿Cuántas reses caben en un campo determinado? ¿Qué cantidad de agua cabe en una vasija? ¿Cuántos granos pueden almacenarse en un espacio dado? ¿A qué altura se encuentra la cima de una montaña inaccesible?

Cuando se intentó sistematizar y organizar las respuestas a estas y muchas otras preguntas, apareció la geometría formal. Unas preguntas condujeron a otras, y ya no eran asuntos que surgían de problemas prácticos, sino cuestiones puramente teóricas. Aunque la geometría compartía con la aritmética el uso de los números y la necesidad de buscar formas eficientes de representarlos y operar con ellos, su objeto de estudio era bien diferente, ya no tanto la capacidad, sino el espacio.

Los conocimientos aritméticos y físicos, pero en especial los geométricos, acumulados a lo largo de los años, debieron ser formidables para hacer posible la construcción de las pirámides de Gizeh hacia el año 2 000 a.C. Ciertamente, para ese entonces los egipcios conocían fórmulas para hallar el área de rectángulos y triángulos, e incluso trapezoides.

Sin embargo, son los griegos quienes convirtieron la geometría en una verdadera ciencia, y no simplemente un método para encontrar respuestas a los problemas de medición. Los geómetras griegos no se concentraban en resolver problemas numéricos, sino que exigían además la demostración de que eran correctos. Aparecieron así los primeros teoremas, verdades demostradas categóricamente a partir de unos conceptos y principios elementales e incontrovertibles.

El primer gran geómetra de quien se tenga noticia fue Tales de Mileto, que vivió en los siglos VII y VI a.C. Entre los logros que se atribuyen a Tales está el de haber predicho el eclipse solar de 585 a.C., y el de utilizar las propiedades de los triángulos para medir la distancia de un barco en el mar. A él también se le atribuye haber descubierto y demostrado, entre otros, el teorema sobre la igualdad de ángulos de la base de un triángulo isósceles, el cual afirma que el diámetro de un círculo lo divide en dos partes iguales. Pitágoras, quizá el matemático más nombrado y conocido de toda la historia, fue un estudioso tanto de la aritmética como de la geometría. El teorema que lleva su nombre y que permite calcular la longitud de cualquier lado de un triángulo rectángulo si se conoce la longitud de los otros dos, en realidad existía desde mucho antes. Pitágoras reunió a su alrededor a un grupo de discípulos, denominados los pitagóricos, en quienes inculcó un gran amor por el estudio de los números y sus propiedades, en general por todo lo que entonces ya podía reconocerse como matemáticas.

No obstante, es otro matemático griego, Euclides, el que más influyó en la historia de la naciente ciencia, no tanto por sus contribuciones originales como por la recopilación que hiciera de todos los conocimientos geométricos y aritméticos acumulados hasta su época. Los trece libros de los Elementos son, en efecto, el compendio de prácticamente toda la sabiduría adquirida por el hombre contando y midiendo en unos ocho mil años.

La aritmética, pero sobre todo la geometría, que nació de la necesidad de medir distancias grandes y pequeñas, se había convertido en trece gruesos volúmenes repletos de símbolos y dibujos que a primera vista nada tenían que ver con las tareas que les dieron origen. Tal es la importancia de los Elementos, que durante más de dos mil años sirvió de texto para la enseñanza de la aritmética y la geometría.

Tomado de Recamán, B. (2004). *Ciencia Explicada*: Matemáticas. Bogotá: Stilo Impresores Ltda.

Bernardo Recamán Santos (1954). Matemático de origen colombiano, muy conocido por sus libros *Póngame un problema* y *Los números, una historia para contar*.

Lisa Simpson, reina de las mates y de los bates (fragmento)

Simon Singh

Veamos en acción ese don para las matemáticas en "El club de los patteos muertos" (1990), un episodio en el que Homero y Bart desafían a Ned y Todd Flanders, sus santurrones vecinos, a un torneo de minigolf. En la concentración previa a la gran partida, Bart intenta mejorar su técnica de putting, de modo que se dirige a Lisa para que le aconseje. Ella tendría que haber sugerido a Bart que cambiase la forma de empuñar el palo, porque es zurdo, y a lo largo de todo el episodio adopta la postura de un diestro.

Sin embargo, Lisa se concentra en la geometría como clave para el putting, porque usa esa parte de las matemáticas para calcular la trayectoria ideal de la bola y garantiza a Bart un hoyo en uno, en cada ocasión. En una sesión práctica, enseña a Bart a hacer rebotar la pelota en cinco paredes y meterla en el hoyo, y Bart acaba diciendo: "No puedo creerlo, ¡le has encontrado una utilidad práctica a la geometría!".

Es una broma, claro, pero los guionistas usan el personaje de Lisa para explorar ideas matemáticas más profundas en "Estadistic-Bart" (2010). En la primera escena de este episodio, la glamorosa Dhalia Brinkley vuelve a la Escuela Primaria de Springfield tras ser la única estudiante que ha conseguido asistir a una universidad de élite. No resulta sorprendente que el director Skinner y el superintendente Chalmers intenten congraciarse con la señorita Brinkley, igual que algunos de los estudiantes, incluyendo al ignorante de Nelson Muntz, que intenta impresionar a la alumna de más éxito de Springfield fingiendo ser amigo de Lisa. Simulando que le interesan las aptitudes matemáticas de Lisa, la anima a demostrar sus habilidades ante la señorita Brinkley:

–Hace operaciones de mates de las que tienen letras. ¡Mira! ¿Qué es, Lisa?
–Bueno, depende.
–Lo siento. Ayer lo supo.

Tomado de Singh, S. (2013). *Los Simpson y las matemáticas*. Barcelona: Planeta.

Simon Singh (1964). Físico inglés. Escribe sobre matemáticas y ciencia para un público diverso. Entre sus libros destacan *Los códigos secretos* y *El enigma de Fermat*.

MINISTERIO DE **EDUCACIÓN** • MINISTERIO DE **CULTURA Y PATRIMONIO**